19. Finite Lifetime Effect on the Eden Model and Epidemics

宮島　佐介（中部大・工）

近年、Kinetic aggregation の問題では，fractal，multi-fractal などの新しい概念の導入と共に急速な発展が見られている。 それは、従来は平均密度のみで議論されていたランダムなパターンを一層詳しく分類する手段が与えられた事による。 その手段とはパターンに内在する自己相似性に着目して得られる数値、即ちフラクタル次元である。自己相似性は統計力学や物性の分野では古くから良く知られた概念であった。 ここに議論されるパターンはランダムプロセスから作られるもので厳密に自己相似ではないが、存在するグローバルな相似性を用いている。 （やや詳しく見るのがmulti-fractalによる分析と言えようが、まだ十分とは言えない。）

ここでは種々ある模型の中から、Eden model、Epidemicsを取り上げ、その各要素の寿命が有限であることを考慮することにより、aggregation の kinetics に新しい相転移の現象、つまり寿命によって成長様式が変化する現象を見い出したので報告する。 寿命が極く短いときは成長は1次元的成長（Self-avoiding walk）となり、寿命が長いと無限に大きく、コンパクトなクラスターが出来る。この間には寿命の臨界値が存在し、その値は成長素子の密度に依存する。

Eden modelはもともと癌細胞の成長模型として提案されたものであり、細胞のつくるクラスターの成長様式は、ほぼ石を投げ込まれた水面にできる波紋の様である。 フラクタル次元d_f=d（空間次元）は容易に分かる。 また、Epidemics は文字の通り伝染病のモデルであるが、森林の火災の問題、情報の伝播や種々の物質の拡散領域などの議論にも適用することの出来るモデルである。 これには媒体の濃度に臨界値があることは良く知られており、パーコレーションの臨界値 $p=p_c$ （四角格子では p_c = 0.5927）と同等のものである。 $p<pc$ では、有限の大きさのクラスターのみができるが、$p>pc$ では、無限に大きなクラスターが作られる。

さて、上記の種々のモデルの各要素に有限の寿命を導入したときのパターン

の変化についての詳細は既に発表されている論文を参照して頂くとして、ここではその概略を述べる。従来の癌細胞のモデルや伝染病のモデルでは、生き物を研究対象としていながら各要素の寿命が有限であることを取り入れていなかった。　癌細胞でも子を作れるのは有限世代であろうし、伝染病のモデルでも、有限期間のみ伝染能力を持つ。　又、森林の火災でも隣の木に熱を加えられるのは、その木が燃えている有限時間のみである。　情報の問題にしても、情報の記憶される時間や記憶中の変化などを考慮することは興味ある問題である。

具体的には以下の様にシミュレートされる。　簡単のため、四角格子の格子点にのみ細胞等（以下、単に粒子と呼ぶ）が存在出来るとしている。

1）　原点にseed particleを置く。　その回りには４つの成長点（growth siteと呼ぶ）があるとする。　ここで、これらの成長点は有限の時間（寿命τ）のみ成長点であり得るとする。　寿命の後はもとの空格子点となるとした。

2）　ランダムに全成長点の中から１点を選ぶ。　一様乱数 x が p より小さければ、その成長点を細胞（粒子）とする。　このとき、新しい粒子の回りに新しい成長点を加え、寿命τを与える。　逆の時は、粒子の存在できない格子点と記録する。　この 2）を可能な限り繰り返す。

いくつかのパターンの例として、Fig.1に示してある。　このようなサンプルを数万から数百万作り、rの２乗平均、growth site の数やクラスターサイズの平均を求める。　ここで、rは新しくできた粒子とseed particle間の距離である。　分析の詳細は論文を参照して頂くとして、結果は Fig.2のように纏められる。　Eden model 的成長は餅の上で見られるかびであり、SAW の成長は時折見られる古いガラス上に生じたかびと共通するところがある。

この相図のSAWの領域に対応するモデルは、すべて成長の当初で、 Eden model 的な成長をするが、やがて crossover region を経て各々の領域の成長様式へと移行する。　この crossover する時刻 T_x はτがτ_cに近付くに従って長くなる。　このとき、$T_x \sim (\tau_c - \tau)^{-\nu}$ でのyを求めることは興味ある問題である。　また、有限クラスターの領域からSAWへの領域に近付くときのβ（パーコレーションのクラスターサイズの発散のべき）が従来のモデルと同じ値であるかどうかも調べている。

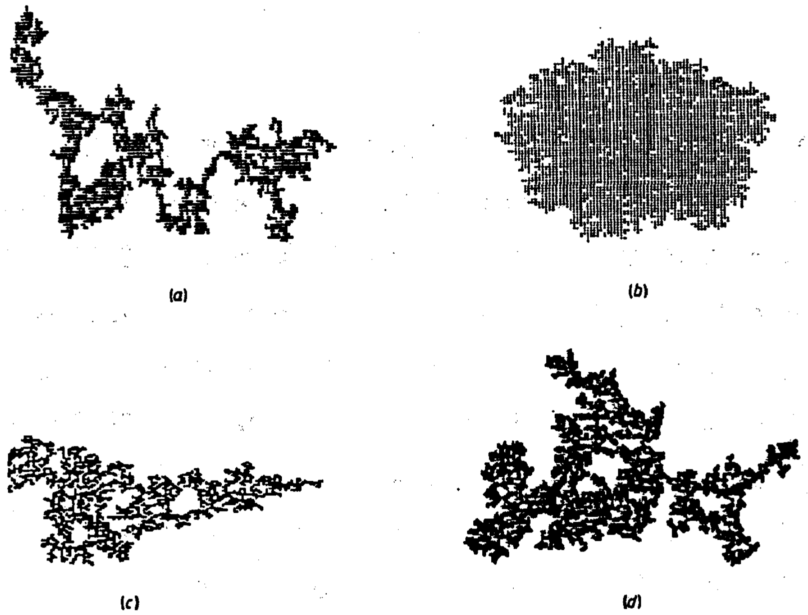

Figure 1. Typical clusters for $p = 1$ (no immune sites) and $p = p_c$ for two values of lifetime τ of growth sites: (a) $p = 1$, $\tau = 0.6$; (b) $p = 1$, $\tau = 1.5$; (c) $p = p_c$, $\tau = 1.5$; (d) $p = p_c$, $\tau = 5$.

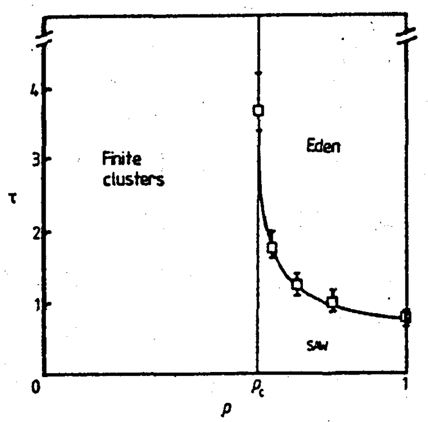

Figure 2. Phase diagram of our growth model, where growth sites have a finite lifetime τ, on a square lattice. There is a critical line separating a region where one finds Eden clusters and a region where the clusters belong to the universality class of self-avoiding random walks (SAW). For $p < p_c$ only finite clusters can be generated. At the critical concentration p_c, percolation clusters are generated.

参考

S.Miyazima,A.Bunde,S.Havlin and H.E.Stanley, J.Phys. A19(1986) L1159.

A.Bunde,S.Miyazima and H.E.Stanley, J.Stat.Phys. 47(1987) 1.

S.Miyazima,Y.Hasegawa, A.Bunde and H.E.Stanley, J. Phys.Soc.Japan 57(1988) 3376.

A.Bunde and S.Miyazima,J.Phys. A21(1988) L345

A.Bunde and S.Miyazima,Phys.Rev. A38(1988) 2099.